

卷积自编码器中粗粒度池化特征提取研究

罗畅¹,王洁¹,王鹏飞¹,肖军¹,肖红²

(1. 空军工程大学防空反导学院,陕西西安 710051;2. 94691 部队,福建连城 366202)

摘要: 卷积自编码器(Convolutional Auto Encoder, CAE)提取的粗粒度池化特征具有一定范围内旋转和平移的不变性,因而得到广泛使用. 然而,目前 CAE 仍主要依靠经验调节内部参数以获取满足要求的粗粒度池化特征. 本文将 CAE 看作一个整体,从概率上分析了影响其表现的具体原因,构建了一个通用框架用于调节其中的主要参数以获取更好的粗粒度特征. 首先从概率上权衡了粗粒度特征在池化层上的判别性与不变性,并在 CAE 中选择合适的卷积范围和白化参数. 然后通过分析池化域内特征的稀疏度选择相应的池化方法以获取具有更好可分离性的粗粒度池化特征. 在两个公开数据库(STL-10 和 CIFAR-10)的实验结果表明本文提出的方法可以指导 CAE 提取到更好的粗粒度池化特征并在多类分类任务中表现得更好.

关键词: 粗粒度特征; 池化; 卷积自编码器; 非监督学习; 深度学习

中图分类号: TP181 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)10-2390-12

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.10.012

Coarse-Grained Pooled Features Learning in Convolutional Autoencoders

LUO Chang¹, WANG Jie¹, WANG Peng-fei¹, XIAO Jun¹, XIAO Hong²

(1. Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710051, China;

2. Unit 94691 PLA, Liancheng, Fujian 366202, China)

Abstract: Coarse-grained pooled features obtained from convolutional autoencoder (CAE) achieve scale and shift invariances and have been widely used recently. However, in most previous works coarse-grained pooled features are obtained by empirically modulating parameters in CAE. In this paper, we see the CAE as a whole, find the probabilistic factors affecting the performance of it, and formulate a general framework to regulate parameters in it to obtain better coarse-grained representation. Firstly, the discrimination-invariance tradeoff of coarse-grained features is probabilistically evaluated in the pooled feature maps. Furthermore, the proper convolved filter scales and appropriate whitening parameters are suggested in a CAE. Secondly, pooling approaches are combined with the sparsity degree in pooling regions, and we propose the preferable pooling approach in different cases. Experimental results on two independent benchmark datasets (STL-10 and CIFAR-10) demonstrate that our framework can guide CAEs to extract better coarse-grained pooled features and performs better in multi-class classification task.

Key words: coarse-grained features; pooling; convolutional autoencoder; unsupervised learning; deep learning

1 引言

机器学习的一个基础问题是如何构建一个计算机系统,使其能够通过经验数据自主提升性能^[1]. 近年来,深度学习技术的发展为该问题提供了新的解决方

案,并在计算机视觉和自然语言处理等方面发挥了重要作用^[2,3]. 卷积神经网络是一种实用的深度学习结构并被成功应用于识别任务. 作为卷积神经网络的重要组成部分,卷积自编码器从非标记数据中提取有效特征,是一种重要的非监督学习工具. 近年来,卷积自编码

器被广泛用于无监督特征提取^[4,5]、图像分类^[6,7]、3D 目标检索^[8]、面部表情识别^[9]、人体姿态识别^[10]等任务. 在以上任务中,卷积自编码器均能提取到有效特征,并表现出突出的运算精度和效率.

卷积自编码器中的池化层将临近的卷积特征进行整合,降低了特征的维度并使得其对一定范围内的旋转和平移具有不变性^[11,12].池化特征是一种低维度的表达方式,并对分类等后续操作产生重要影响^[2,13].文献[6]中,卷积自编码器采用平均值池化提取池化特征,并将其用于图像分类任务.文献[10]中,卷积自编码器采用最大值池化提取池化特征,并将其用于人体姿态识别任务.文献[14]则进一步对池化操作进行了系统地改进.池化操作在池化域内进行,池化域密度的大小通常表征为池化粒度,从一定程度上衡量池化特征的判别性与不变性^[15].为获取到更好的池化特征,很多工作都围绕池化特征的判别性与不变性展开分析^[16-22].监督^[16-18]与非监督^[19,20]方法均被用于从多规模池化过程中构建最优的池化结构.Fanello 等^[21]通过添加监督标签提升了池化特征的判别性能.另外,Li 等^[22]在卷积结构中将池化粒度与卷积范围相结合,通过权衡特征的判别性与不变性,提取到了有效的池化特征.

粗粒度池化特征具有较强的不变性,因此得到广泛应用^[2,23,24].同时,粗粒度池化方式也使得池化特征丢失掉了一定的判别性能.一种解决方案是构建深度卷积结构逐层池化局部信息以增强粗粒度池化特征的判别性能^[25,26].然而,这种分层的池化结构容易丢失图片的局部特征.

LeCun^[11]指出,相比于将卷积神经网络用于各种识别任务,更迫切的任务是从理论上对其进行解构.受此启发,我们在将卷积自编码器用于多类分类实验时发

现,粗粒度池化特征的可分离性与原始图片的预处理、卷积层中卷积范围的大小,以及池化域内池化方法的选择均有密切的关系.我们测试了将不同情况下获取的粗粒度池化特征用于分类的效果,并从概率上探究影响卷积自编码器中粗粒度池化特征的关键原因.本文的工作主要包括以下几个方面:

(1)将卷积自编码器看作一个整体,从概率上分析特征在变换过程中的判别性与不变性.

(2)在权衡判别性与不变性的基础上,选择合适的卷积范围、白化预处理参数,和池化方法,提取到可分离性更好的粗粒度池化特征.

(3)在两个公开数据库(STL-10^[27]和CIFAR-10^[28])上,将卷积自编码器用于多类分类任务.

实验结果表明,本文中的粗粒度池化特征提取方法,能获得比经验条件下可分离性更好的粗粒度池化特征.

2 卷积自编码器的结构分析

用于多类分类任务的单层卷积自编码器结构如图1所示.首先,在预处理阶段,从训练库中随机提取的小尺寸图像样本通过稀疏自编码器训练得到有效特征.随后,在卷积层内,原始图像与训练得到的特征通过滤波器 d_k 进行卷积运算,并由激励函数得到卷积特征在位置 s_i 上的激励值 x_{ik} .其中, $D = \{d_1, \dots, d_k, \dots, d_K\}$ 为卷积滤波器组成的集合, $S = \{s_1, \dots, s_i, \dots, s_N\}$ 表示卷积特征所处位置, $X = (x_{11}, \dots, x_{ik}, \dots, x_{NK})$ 为卷积特征激励值集合.在池化层内,定义 $R = \{R_1, \dots, R_j, \dots, R_M\}$ 为 S 中池化域组成的集合, $r = \{r_1, \dots, r_i, \dots, r_M\}$ 为池化特征所处位置.假设在池化域内进行最大值池化操作,则可以得到池化特征 $y_{jk} = \max_{s_i \in R_j} x_{ik}$.最后 $Y = (y_{11}, \dots, y_{jk}, \dots, y_{MK})$ 被用于多类分类任务.

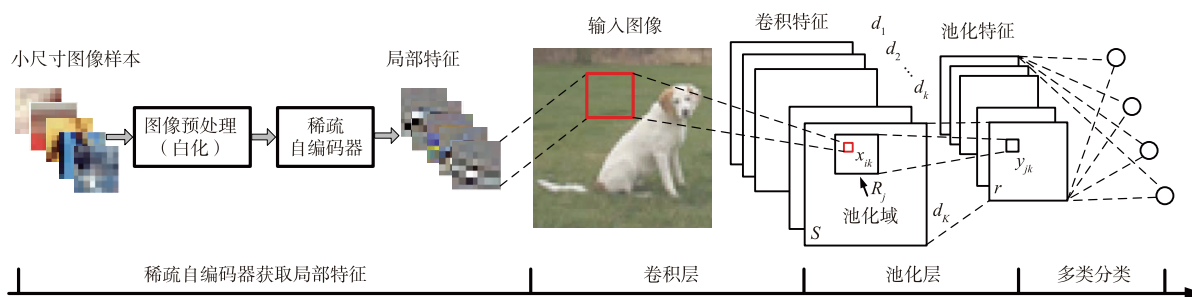


图1 用于多类分类任务的单层卷积自编码器结构

在卷积自编码器中,池化操作前的两项主要任务是白化预处理和卷积运算.池化层内,池化粒度与池化方法则是影响池化特征的两个主要方面,并间接影响到卷积自编码器的分类效果.为在多类分类任务中取得更好的效果,本文测试了在粗粒度池化条件下,不同

白化预处理参数、不同卷积范围,以及不同池化方法带来的影响,通过从概率上分析各参数间的关系以求在卷积自编码器中获取更好的粗粒度池化特征.本文的主要研究内容在图2所示流程中表示为“测试①”和“测试②”.

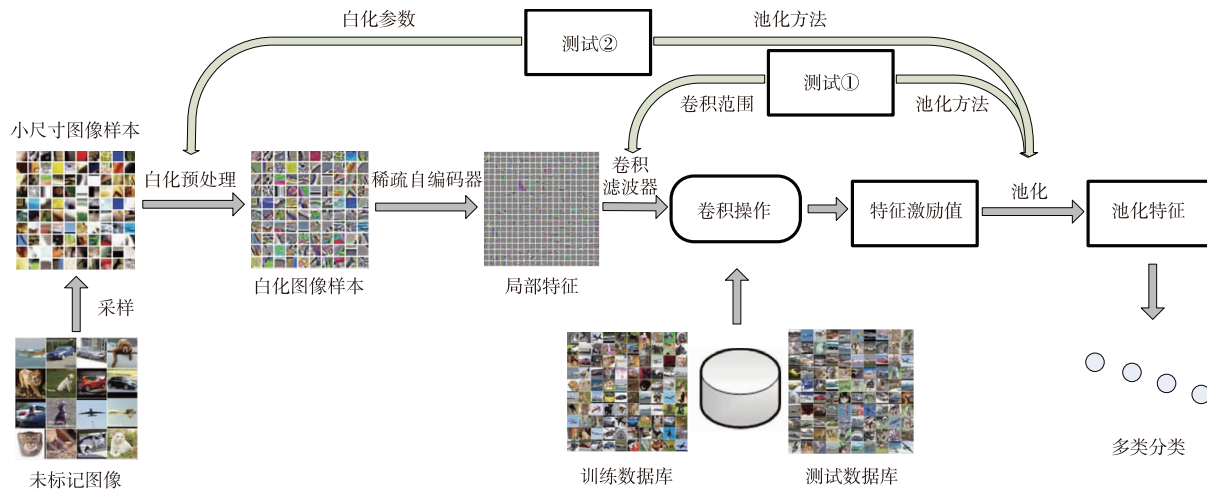


图2 卷积自编码器中粗粒度池化条件下影响池化特征的测试流程图

3 卷积自编码器中特征的判别性与不变性分析

3.1 白化预处理对特征的影响

在卷积自编码器中,白化操作被用于处理输入稀疏自编码器的小尺寸采样图像,同时也被用于处理输入卷积层的原始图像.白化操作具有两类属性:(1)去相关性,使得变换后矩阵的协方差矩阵为对角矩阵;(2)白化属性,将变换后矩阵的协方差矩阵进一步转化为单位矩阵^[29].因此,白化操作通过消除相邻像素间的相关性减少了原始图像中的冗余信息,并保留了图像中的边缘特征^[30].如同文献[27]中的结论,白化操作会显著影响原始图像特征分布,并间接影响池化层内的特征分布.

白化操作来源于主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)并常常结合零阶成分分析(Zero Component Analysis, ZCA)以使得处理后的图像尽可能接近原始图像^[31].在ZCA白化中,将原始图像中的像素转化为零均值向量 \mathbf{x} ,其协方差矩阵可表示为:

$$\Sigma = E(\mathbf{x}\mathbf{x}^T) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (\mathbf{x}^i)(\mathbf{x}^i)^T \quad (1)$$

其中, m 表示从数据库中采样得到的图像数量.此时,经ZCA白化后得到的特征可以表示为:

$$\mathbf{x}_{\text{ZCAwhite}} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\lambda_1 + \varepsilon}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_2 + \varepsilon}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_n + \varepsilon}} \end{bmatrix} \mathbf{U}^T \mathbf{x} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{U} = [u_1, \dots, u_i, \dots, u_n]$ 为协方差矩阵 Σ 的特征向量集合, λ_i 是对应于 u_i 的特征值.正则化参数 ε 是一个取值相对较小的常量,它在 λ_i 接近于0时保证了白化后特征的稳定性.同时, ε 对输入图像还具有一定的平滑效果^[32].

当 $\varepsilon = 0$ 时,ZCA白化后的特征间相互独立,且各特征的方差值均为1.当 ε 由0逐渐增大到1时,ZCA白化主要产生两个方面的影响:

- (1)各特征的方差值不再等于1,而且差异逐渐变大.
- (2)特征间不再相互独立,特征间的关联性逐渐增强.

图3和图4分别显示了白化操作对小尺寸采样图像和通过稀疏自编码器学习到的对应特征的影响.如图3、图4所示,加入白化预处理后,可以获得到更多的边缘特征信息,而且一个合适的正则化参数取值可以增强这些边缘特征.图4进一步表明,在本例中当 $\varepsilon = 0.001$ 时,局部特征中的噪声较多,而当 $\varepsilon = 1$ 时局部特征变得模糊, $\varepsilon = 0.01$ 时则可以得到较好的局部边缘特征.

3.2 卷积层中特征激励值的判别性与不变性

在卷积层中,由稀疏自编码器得到的局部特征与输入的原始图像做卷积运算得到卷积特征.定义 $\mathbf{X}^p = (x_{11}^p, \dots, x_{ik}^p, \dots, x_{nk}^p)$ 为将卷积滤波器用于第 p 类图像时,得到的卷积特征激励值所组成的向量,且 \mathbf{X}^p 服从分布 $P(\mathbf{X}^p) = P(\mathbf{X}|p)$.

定义第 p 类图像的类内散布矩阵为 \mathbf{S}_w^p ,其可以由第 p 类图像的协方差矩阵表示为:

$$\mathbf{S}_w^p = \Sigma_p = E[(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_p)(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_p)^T] \quad (3)$$

其中, \mathbf{x} 为第 p 类所有特征激励值向量所组成的矩阵. $\boldsymbol{\mu}_p$ 为第 p 类特征激励值均值向量扩展成的矩阵.

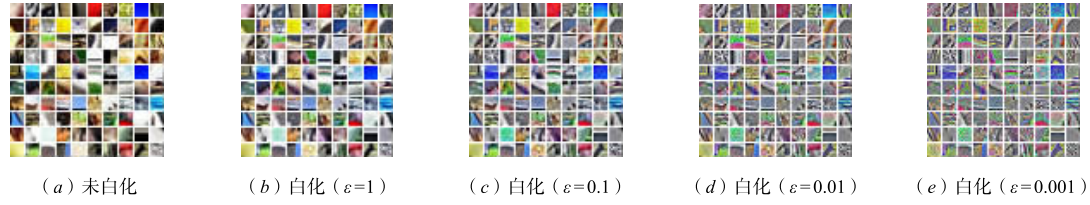


图3 不同白化参数下STL-10数据库中前100张采样图像

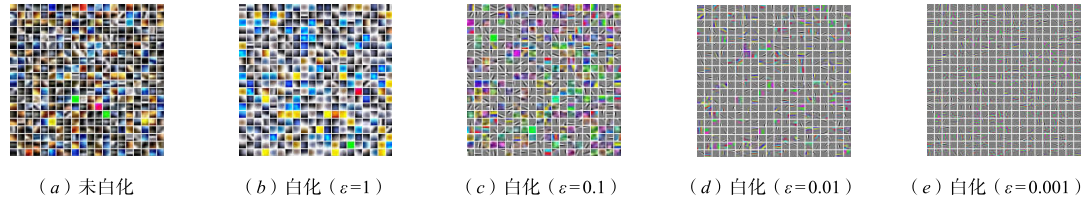


图4 不同白化参数下STL-10数据库中通过稀疏自编码器得到的局部特征

因此,数据库中所有类的类内散布矩阵表示为:

$$\mathbf{S}_w = \sum_{p=1}^L P_p \boldsymbol{\Sigma}_p \quad (p=1, 2, \dots, L) \quad (4)$$

其中, P_p 是第 p 类图像的先验概率.

此时,迹 $\text{tr}\{\mathbf{S}_w\}$ 可以用来度量卷积层内特征激励值的类内散布:

$$\text{tr}\{\mathbf{S}_w\} = \sum_{p=1}^L P_p J^p \quad (5)$$

其中,

$$J^p = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K \text{Var}(x_{ik}^p) \quad (6)$$

另一方面,定义数据库中所有类的类间散布矩阵为:

$$\mathbf{S}_b = \sum_{p=1}^L P_p (\boldsymbol{\mu}_p - \boldsymbol{\mu}_0) (\boldsymbol{\mu}_p - \boldsymbol{\mu}_0)^T \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_0$ 为卷积层内特征激励值的全局均值向量的扩展矩阵,并可表示为:

$$\boldsymbol{\mu}_0 = \sum_{p=1}^L P_p \boldsymbol{\mu}_p \quad (8)$$

同样,可以用迹 $\text{tr}\{\mathbf{S}_b\}$ 来度量卷积层内特征激励值的类间散布:

$$\text{tr}\{\mathbf{S}_b\} = \sum_{p=1}^L P_p J_\mu^p \quad (9)$$

其中,

$$J_\mu^p = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K \text{Var}(\boldsymbol{\mu}_{ik}^p) \quad (10)$$

$\boldsymbol{\mu}_{ik}^p$ 为第 p 类图像在卷积层中位置 (s_i, d_k) 处的特征激励值均值.

此时,可用距离函数 J 表征卷积层内所有特征激励值间的可分离性:

$$J = \frac{\text{tr}\{\mathbf{S}_b\}}{\text{tr}\{\mathbf{S}_w\}} \quad (11)$$

式(11)中,分子和分母分别用于表征卷积层中特征激励值的判别性和不变性. 当每一类图像在卷积层中产生的特征激励值都能很好地聚类在各类特征激励值周围,而且不同类之间分离度较高时 J 取得较大值.

3.3 池化层中特征不变性的增强

在池化层中,通过在池化域内执行池化操作可在位置 (r_j, d_k) 处得到相应的池化特征 y_{jk} . 如果采用最大值池化方法,则 $y_{jk} = \max_{s_i \in R_j} x_{ik}$ 而且 $\text{Var}(\max_{s_i \in R_j} x_{ik}) \leq \sum_{s_i \in R_j} \text{Var}(x_{ik})$, 其中 $R_j \in R$ 表示第 j 个池化域. 当执行平均值池化时, $y_{jk} = \text{mean}_{s_i \in R_j} x_{ik}$ 而且 $\text{Var}\left(\frac{1}{\text{Num } R_j} \sum_{s_i \in R_j} x_{ik}\right) \leq \sum_{s_i \in R_j} \text{Var}(x_{ik})$, 其中 $\text{Num } R_j$ 表示池化域内待池化特征的数量.

对于特定的数据库,第 p 类图像在数据库中的先验概率 P_p 是一个固定值. 因此在式(5)中,表征不变性的变量 $\text{tr}\{\mathbf{S}_w\}$ 可单独由 J^p ($p=1, 2, \dots, L$) 度量. 同样,定义 J_R^p 度量第 p 类图像在池化层中池化特征的类内散布,则可以得到以下关系式:

$$J_R^p = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K \text{Var}(y_{jk}^p) \leq \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K \text{Var}(x_{ik}^p) = J^p \quad (12)$$

由式(12)可知,相比于非池化特征,池化特征具有更好的不变性. 同时, J^p 是 J_R^p 的非严格上界,因此在实际中 J_R^p 比 J^p 小很多.

池化层中池化特征的可分离性用距离函数 J_R 表示为:

$$J_R = \frac{\text{tr}\{\mathbf{S}_{Rb}\}}{\text{tr}\{\mathbf{S}_{Rw}\}} = \frac{\sum_{p=1}^L P_p J_{R\mu}^p}{\sum_{p=1}^L P_p J_R^p} = \frac{\sum_{p=1}^L P_p \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K \text{Var}(\boldsymbol{\mu}_{jk}^p)}{\sum_{p=1}^L P_p \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K \text{Var}(y_{jk}^p)} \quad (13)$$

式(13)中, μ_{jk}^p 代表由第 p 类图像在位置 (r_j, d_k) 上得到的池化特征均值.

在池化层中, 较好的判别性即一个较大的 $\text{tr}\{\mathbf{S}_{Rb}\}$ 值, 和较好的不变性即一个较小的 $\text{tr}\{\mathbf{S}_{Rw}\}$ 值使得池化特征具有较好的可分离性, 同时也能更好的达成图像的分类任务.

3.4 Bhattacharyya 距离下界

Bhattacharyya 距离是一种得到广泛应用的类可分性度量^[22]. 假设由第 p 类图像和第 q 类图像得到的池化特征分别满足多元高斯分布 $Y^p \sim N(\mu_p, \Sigma_p)$ 和 $Y^q \sim N(\mu_q, \Sigma_q)$. 则两者 Bhattacharyya 距离的下界可以表示为:

$$\begin{aligned} D_B(Y^p, Y^q) &= \frac{1}{8} \Delta E^T \bar{\Sigma}^{-1} \Delta E + \frac{1}{2} \ln \frac{|\bar{\Sigma}|}{\sqrt{|\Sigma_p| |\Sigma_q|}} \\ &\geq \frac{1}{8} \Delta E^T (\mathbf{U} \bar{\Lambda}^{-1} \mathbf{U}^T) \Delta E \geq \frac{1}{8} \frac{\|\mathbf{U}^T \Delta E\|_2^2}{\text{tr}(\bar{\Lambda})} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\|\Delta E\|_2^2}{J_R^p + J_R^q} = D(Y^p, Y^q) \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $\Delta E = \mu_p - \mu_q$, $\bar{\Sigma} = \frac{\Sigma_p + \Sigma_q}{2}$. 对 $\bar{\Sigma}$ 进行特征分解有 $\bar{\Sigma} = \mathbf{U} \bar{\Lambda}^{-1} \mathbf{U}^T$. 式(14)中第一个不等式由 Cauchy-Schwarz 不等式得到, 第二个不等式由中值不等式 ($\frac{b}{a} + \frac{d}{c} \geq \frac{b+d}{a+c}$, if $a, b, c, d \geq 0$) 得到, 最后一步等式中 $\|\mathbf{U}\mathbf{x}\| = \|\mathbf{x}\|$ 且 $\text{tr}(\bar{\Lambda}) = \text{tr}(\bar{\Sigma}) = \frac{1}{4}(J_R^p + J_R^q)$.

将池化层内池化特征的 Bhattacharyya 距离下界扩展到多类分类情形可以得到:

$$D_R = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^L \sum_{q=1}^L \frac{\|\Delta E\|_2^2}{J_R^p + J_R^q} \quad (15)$$

在提取粗粒度池化特征的试验中, D_R 将作为测试参数测试粗粒度池化特征的可分离性.

4 粗粒度池化条件下判别性与不变性的权衡

在式(13)中, $\text{tr}\{\mathbf{S}_{Rw}\}$ 随着池化域范围的变大 (M 值变小) 而变小, 同时 $\text{tr}\{\mathbf{S}_{Rb}\}$ 也随之变小. 即是说, 池化特征在通过增大池化域范围增强不变性的同时, 判别性也随之减弱.

然而, 通过式(12)可以进一步看到, 在粗粒度池化条件下, 即池化域范围较大 (M 值较小) 的情况下, 增大池化域内特定位置上待池化特征的方差 $\text{Var}(x_{ik}^p)$, 池化后特征的类型散布程度 J_{Rb}^p 将变大. 同时, 由于 M 值较小, 池化特征的类型散布程度 J_R^p 被限制在一定范围内, 变化并不明显. 此时, 待池化特征的概率分布 $P(x_{ik}^p)$ 可以分别表示为以下两种条件概率形式:

$$P(x_{ik}^p) = P(d_k | s_i, p) P(s_i | p) \quad (16)$$

$$P(x_{ik}^p) = P(s_i | d_k, p) P(d_k | p) \quad (17)$$

式(16)和式(17)显示, $\text{Var}(x_{ik}^p)$ 与 $\text{Var}(d_k | s_i, p)$ 以及 $\text{Var}(s_i | d_k, p)$ 正相关. 因此, 可以通过增大 $\text{Var}(d_k | s_i, p)$ 或 $\text{Var}(s_i | d_k, p)$ 来增大 $\text{Var}(x_{ik}^p)$ 取值. 首先, 增大 $\text{Var}(d_k | s_i, p)$ 可被看作在卷积层内设计卷积滤波器, 使得卷积后的特征经过激励函数后得到的激励值具有较大的方差. 由于大范围卷积得到的取值变化范围要大于小范围卷积得到的取值变化范围, 因此相对于小的卷积范围, 大的卷积范围更容易得到较大的 $\text{Var}(d_k | s_i, p)$. 另一方面, 增大 $\text{Var}(s_i | d_k, p)$ 可被看作在卷积层中构建一个特征排列差异较大的池化区域. 白化预处理阶段, 选择一个相对较大的正则化参数, 使得图像中各特征之间的关联程度较大, 各特征的方差值之间的差异也较大, 进而间接影响到卷积层中特征的排列, 使其具有较大的排列差异.

因此, 在粗粒度池化条件下, 表征可分离性的距离函数 J_R 对类间散布程度 J_{Rb}^p 更加敏感. 可以在保持粗粒度池化特征较强不变性的同时, 通过增大 $\text{Var}(x_{ik}^p)$ 来增强其判别性.

5 池化域内不同稀疏度下的池化方法选择

在卷积自编码器中, 获得卷积特征的激励值后, 需要将这些激励值在一定范围内进行合并, 这种合并操作称为池化. 池化操作在池化域内进行, 将卷积特征激励值转化为池化特征. 池化特征是一种相对低维的特征表达方式, 并能通过防止过拟合提升卷积自编码器在分类任务中的性能. 池化域在卷积层中常常为连续的区域分布, 而且池化特征通常是由统一的池化方法得到. 因此, 池化特征对于小范围内的旋转和平移具有较好的鲁棒性^[32].

池化操作可以表示如下:

$$y_{jk} = \text{pool}(x_{ik}); \quad \forall s_i \in R_j, k = 1, 2, \dots, K \quad (18)$$

虽然近几年来提出了很多新颖的池化方法, 例如随机池化^[33], 卷积层交叉池化^[34]等. 但是最大值池化和平均值池化仍然是应用最广泛的两种池化方法. 这两种池化方法由式(19)和式(20)表示如下:

$$y_{jk} = \max_{s_i \in R_j} x_{ik} \quad (19)$$

$$y_{jk} = \text{mean}_{s_i \in R_j} x_{ik} = \frac{1}{\text{Num } R_j} \sum_{s_i \in R_j} x_{ik} \quad (20)$$

Boureau 等^[35]的工作表明, 最大值池化和平均值池化方法的选择受到池化域内池化特征稀疏性的影响. 池化特征越稀疏, 最大值池化表现得越好.

根据信息熵原理, 池化域内的卷积特征激励值可进一步转化为:

$$a_{ik} = \frac{x_{ik}}{\sum_{s_i \in R_j} x_{ik}} \quad (21)$$

其中, $a_{ik} \in [0, 1]$ 且 $\sum_{i=1}^{\text{Num } R_j} a_{ik} = 1$. 因此, 这些转换后的激励值可以看作某种信息的概率.

此时, 可以定义池化域的稀疏度如下:

$$\alpha_{jk} = 1 - \frac{H(R_j)}{\log_2 \text{Num } R_j} = 1 - \frac{-\sum_{i=1}^{\text{Num } R_j} a_{ik} \log_2 a_{ik}}{\log_2 \text{Num } R_j} \quad (22)$$

其中, $H(R_j)$ 为池化域 R_j 内的信息熵. α_{jk} 根据池化域内信息熵的不同在 0 到 1 范围内变化. 因此, α_{jk} 可以合理度量池化域内卷积特征激励值的稀疏程度.

对于卷积自编码器, 卷积层内的卷积范围以及白化预处理参数均以不同的方式影响池化域内卷积特征激励值的稀疏程度, 进而间接影响池化方法的选择.

首先, 如图 5 所示, 卷积范围的大小会影响到池化域内卷积特征激励值 x_{ik} 的分布.

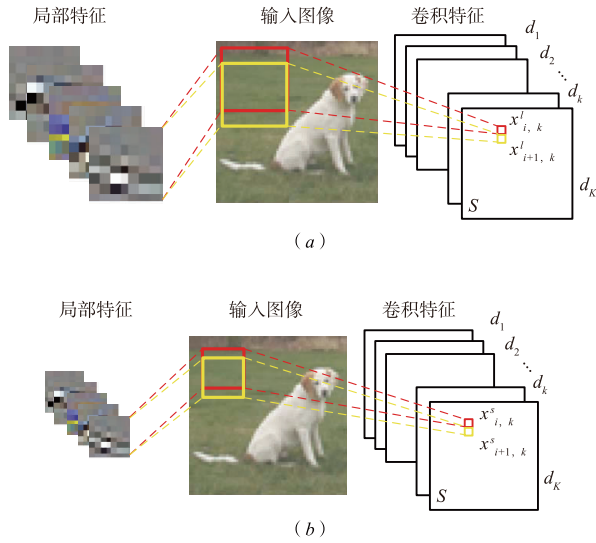


图5 卷积范围对池化域稀疏度的影响

相对于图 5(b) 中的小范围卷积操作, 图 5(a) 中的大范围卷积操作使得由式 (21) 得到的规则化后的卷积特征激励值 a_{ik} 彼此之间更加相似. 此时池化域内的信息熵更大, 卷积特征激励值的稀疏度更低, 因此相比于最大值池化我们更倾向于平均值池化.

另一方面, 白化预处理通过改变原始图像中的特征分布间接影响池化域内卷积特征激励值的稀疏程度. 经白化预处理, 特征间的关联性变弱, 特别是当正则化参数 ε 由 1 到 0 逐渐变小时, 特征间的关联程度逐渐降低, 特征的排列更加有序. 因此, 图像经过白化预处理后 (特别是正则化参数 ε 较小时),

卷积操作后的特征变得更加稀疏, 平均值池化的效果也更好.

进一步, 根据池化域内特征的稀疏程度提出一种自适应池化方法如下:

$$y_{jk} = \alpha_{jk} \max_{s_i \in R_j} x_{ik} + (1 - \alpha_{jk}) \frac{1}{\text{Num } R_j} \sum_{s_i \in R_j} x_{ik} \quad (23)$$

理论上讲, 该自适应池化方法能适用于池化域内特征的任意分布情况. 在粗粒度池化条件下, 此自适应池化方法也能获得可分离性较好的池化特征.

6 实验

本文在 STL-10^[27] 和 CIFAR-10^[28] 两个独立的公开数据库上进行实验. 实验在粗粒度池化条件下分别验证了图 2 所示流程中白化预处理和卷积范围对提取粗粒度池化特征的影响, 并将提取到的粗粒度池化特征用于多类分类任务以检验其可分离性的优劣. 为摒除来自其它因素的影响, 更好地分析“测试①”和“测试②”中的关系, 本文采用的卷积自编码器只包含一个隐含层, 分类器均使用 softmax 分类器.

6.1 STL-10 数据库

首先, 为分析图 2“测试①”中的关系, 本文在无白化预处理的情况下使用稀疏自编码器训练得到不同尺寸的图像局部特征. 输入稀疏自编码器的采样图像尺寸分别设定为 5×5 、 8×8 、 10×10 、 12×12 , 和 15×15 . 由于在粗粒度池化条件下过多的隐含层单元会导致过拟合现象, 相比于文献 [36] 中使用的 400 个隐含层单元, 本文设定稀疏自编码器的隐含层单元数量为 50, 其它参数设定为: 稀疏值 $\rho = 0.035$, 稀疏值惩罚项权重 $\beta = 5$, 权重衰减系数 $\lambda = 3 \times 10^{-3}$. 稀疏自编码器从 STL-10 数据库的 2000 张非标记图像中训练得到局部特征并用作卷积层的输入数据.

其次, 构造卷积神经网络用于多类分类任务. 将稀疏自编码器获得的局部特征与原始输入图像做卷积运算, 获得卷积层内的卷积特征. 由于本文主要考虑粗粒度池化条件下, 卷积自编码器内池化特征受前续各层的影响, 为了更好地比较各种情况下粗粒度池化特征的优劣并提升运算效率, 本文使用 STL-10 数据库里的 4 类 64×64 位彩色图像 (飞机、汽车、猫, 和狗) 作为原始输入图像. 池化层内, 将池化域设定为 32×32 以代表粗粒度池化. 随后在不同卷积范围和不同池化方法的情况下, 用卷积自编码器提取粗粒度池化特征并将提取到的特征用于多类分类任务. 实验得到的判别性度量 $\text{tr}\{S_{Rb}\}$, 不变性度量 $\text{tr}\{S_{Rw}\}$, 距离函数 J_R , Bhattacharyya 距离下界 D_R , 以及分类正确率 A_c 如表 1 所示. 图 6 显示了卷积自编码器在不同情况下分类正确率的变化情况.

表 1 不同卷积范围情况下在 STL-10 数据库上的实验结果

池化域范围	卷积范围	最大值池化					平均值池化					自适应池化				
		$\text{tr}\{S_{Rb}\}$	$\text{tr}\{S_{Rw}\}$	J_R	D_R	Ac (%)	$\text{tr}\{S_{Rb}\}$	$\text{tr}\{S_{Rw}\}$	J_R	D_R	Ac (%)	$\text{tr}\{S_{Rb}\}$	$\text{tr}\{S_{Rw}\}$	J_R	D_R	Ac (%)
32 × 32 (M = 2 × 2)	15 × 15	0.153	2.28	0.067	0.54	60.22	0.070	0.92	0.076	0.59	62.03	0.066	0.84	0.079	0.61	62.72
	12 × 12	0.136	2.19	0.062	0.50	58.31	0.056	0.79	0.071	0.56	60.63	0.055	0.76	0.073	0.58	61.25
	10 × 10	0.112	2.08	0.054	0.43	55.25	0.045	0.67	0.067	0.53	59.34	0.043	0.65	0.066	0.53	59.22
	8 × 8	0.083	1.65	0.050	0.39	52.62	0.036	0.61	0.059	0.47	56.54	0.033	0.56	0.059	0.47	56.86
	5 × 5	0.047	1.02	0.046	0.36	50.19	0.029	0.55	0.053	0.42	54.59	0.024	0.44	0.054	0.43	55.41

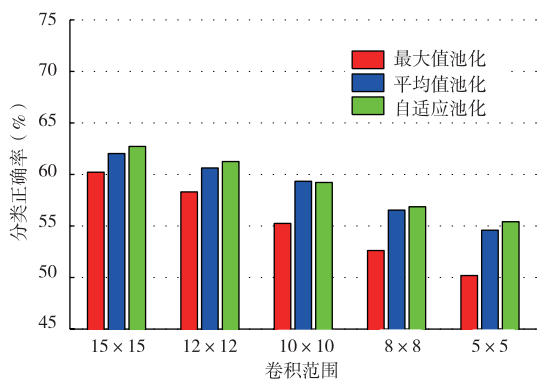


图6 不同卷积范围情况下在STL-10数据库上的分类正确率

表 1 显示,在粗粒度池化条件下,随着卷积范围的变小,粗粒度池化特征的判别性度量参数 $\text{tr}\{S_{Rb}\}$ 比不

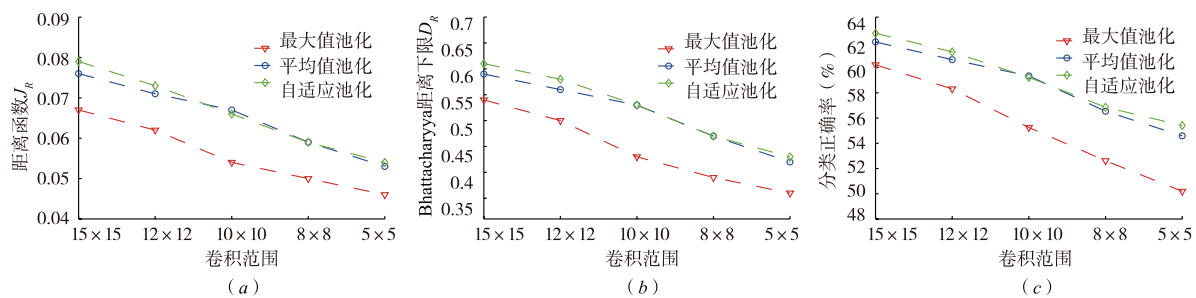


图7 粗粒度池化条件下不同卷积范围对主要参数的影响

需要指出的是,实验的主要目的在于分析得到卷积自编码器中卷积范围和池化方法对粗粒度池化特征的影响,因而实验必须排除其它因素带来的干扰。比如,相比于复杂的多层结构,实验中的卷积自编码器仅含有一个隐含层;为防止过拟合现象,相对于文献[36]中使用的400个隐含层单元,实验中仅使用了50个隐含层单元;为排除多余优化参数带来的影响,没有进一步使用DropConnect^[37]等优化方法。因此,实验得到的分类正确率并不高于文献[27,36,37]中得到的分类正确率。但是,这并不影响实验得出的结论。从实验结果中可以看到,在实验设定的仅含有一个隐含层的卷积自编码器结构中,通过5 × 5的卷积范围和最大值池化

变性度量参数 $\text{tr}\{S_{Rw}\}$ 减小得更加迅速。这将带来更小的 J_R 值、 D_R 值,以及更差的分类效果。图 6 进一步表明,在粗粒度池化条件下,大范围的卷积操作使得卷积自编码器具有更好的性能,获得更高的分类正确率。实验结果与第 3 节分析得到的结论一致。

为进一步比较卷积范围大小带来的影响,图 7 显示了实验中主要参数的变化过程。

图 7 中,平均值池化的效果始终比最大值池化的效果好。因为在粗粒度池化条件下,池化域范围较大,卷积特征激励值在此范围内稀疏度始终较低,卷积范围对池化的影响比较微弱。但是自适应池化方法展现出很强的自适应性,在各种情况下都表现得较为稳定。实验结果符合本文第 4 节得到的结论。

提取到的粗粒度池化特征在多元分类任务中的分类正确率仅为 50.19%。而按照本文分析得出的结论,选择更大的卷积范围 15 × 15 以及使用自适应池化方法可以提取到可分离性更好的粗粒度池化特征,其在多元分类任务中的分类正确率达到 62.72%,提升了 12.53%。

为了更直观地反映粗粒度池化特征的可分离性,本文使用 t-SNE 算法^[38,39]将高维粗粒度池化特征显化到二维空间。图 8 显示了三种不同卷积范围情况下,使用最大值池化方法得到的粗粒度池化特征可分离性的变化。

图 8 中 CFS 表示卷积范围。可以看到,在粗粒度池化条件下,较大的卷积范围使得池化特征具有更好的

可分离性. 另外, 与我们的直观想法相符, 图 8 中飞机与汽车池化特征的可分离性始终比猫和狗池化特征的

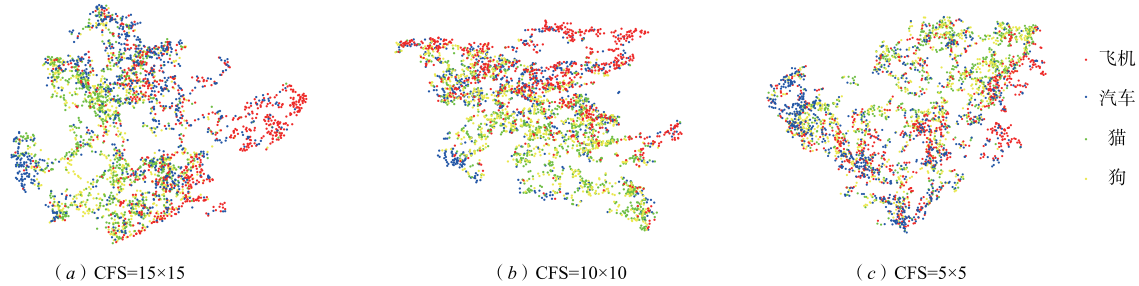


图8 三种不同卷积范围情况下粗粒度池化特征分布

接下来, 为分析图 2“测试②”中的关系, 需要固定卷积范围进而测试白化预处理对粗粒度池化特征带来的影响. 前面的试验结果得出, 粗粒度池化条件下, 较大的卷积范围能获得更好的实验结果. 因此将卷积范围固定为 15×15 , 分别测试正则化参数 $\varepsilon = 1, 0.1, 0.01, 0.001$ 情况下白化操作带来的影响. 另外, 卷积自编码器的其他参数取值与“测试①”中使用的参数值相同.

在多类分类任务中, 实验在 STL-10 数据库上测试白化预处理对粗粒度池化特征的影响. 表 2 给出了主要参数的实验结果. 图 9 进一步显示了不同情况下卷积自编码器的分类正确率.

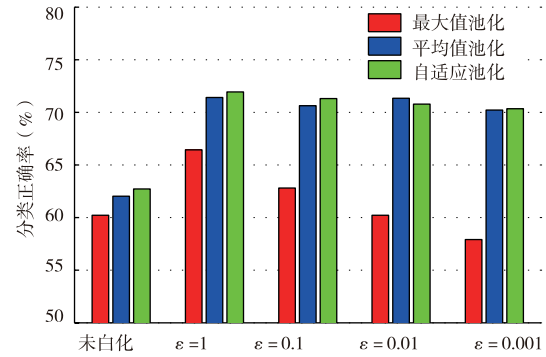


图9 白化与未白化情况下在STL-10数据库上的分类正确率

表 2 白化与未白化情况下在 STL-10 数据库上的实验结果

固定参数	白化参数	最大值池化					平均值池化					自适应池化				
		$\text{tr}\{S_{Rb}\}$	$\text{tr}\{S_{Rw}\}$	J_R	D_R	Ac (%)	$\text{tr}\{S_{Rb}\}$	$\text{tr}\{S_{Rw}\}$	J_R	D_R	Ac (%)	$\text{tr}\{S_{Rb}\}$	$\text{tr}\{S_{Rw}\}$	J_R	D_R	Ac (%)
$CFS = 15 \times 15, M = 2 \times 2$	未白化	0.153	2.28	0.078	0.54	60.22	0.070	0.92	0.076	0.59	62.03	0.066	0.84	0.079	0.61	62.72
	$\varepsilon = 1$	0.791	7.75	0.102	0.79	66.44	0.102	0.75	0.136	1.06	71.41	0.134	0.95	0.139	1.07	71.94
	$\varepsilon = 0.1$	0.312	3.59	0.087	0.64	62.81	0.182	1.42	0.128	1.01	70.63	0.139	1.04	0.131	1.05	71.31
	$\varepsilon = 0.01$	0.223	2.86	0.078	0.54	60.22	0.239	1.82	0.131	1.06	71.34	0.170	1.29	0.129	1.03	70.78
	$\varepsilon = 0.001$	0.159	2.30	0.069	0.48	57.91	0.234	1.86	0.126	0.99	70.22	0.157	1.20	0.126	0.99	70.34

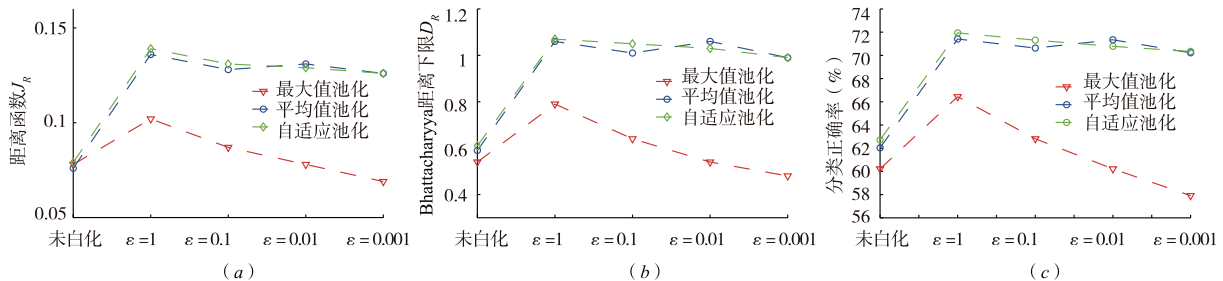


图10 粗粒度池化条件下白化预处理对主要参数的影响

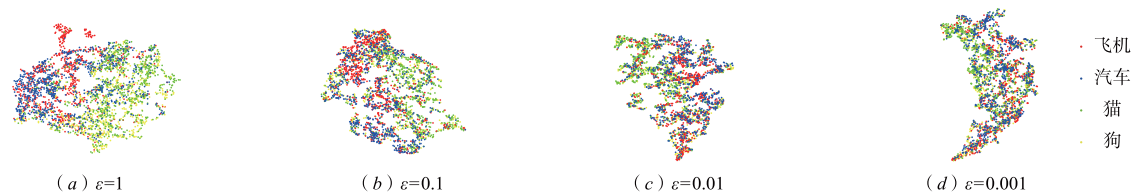


图11 加入白化预处理情况下下粗粒度池化特征分布

从表2和图9中均可以看到,相比于未加入白化预处理的情况,加入白化预处理的卷积自编码器能提取到可分离性更好的粗粒度池化特征,其在多类分类任务中也表现得更好.而且,当正则化参数 $\varepsilon=1$ 时取得最好的分类效果.这是因为白化操作改变了原始图像中的特征分布,进而间接改变了池化特征的分布.在粗粒度池化条件下,较大的正则化参数 ε 带来差异度较大的特征排列,使得粗粒度池化特征的判别性增强,可分离性更好.相应的,将其用于多类分类任务时,分类正确率也更高.以上实验结果符合本文第3节得到的结论.

为更好的比较实验结果,图10显示了白化与未白化情况下主要参数的变化过程.

在图10中,平均值池化的效果始终比最大值池化的效果好,而且随着正则化参数 ε 由1减小到0.001,两者之间的差别越来越大.这是因为粗粒度池化条件下,池化域范围较大,池化域内卷积特征激励值的稀疏度较小.而且随着 ε 的减小,稀疏度会进一步减小.实验结果与第4节结论一致.另外,自适应池化方法在正则化参数 ε 的所有取值下都表现得较好,显示了较强的稳定性.

使用t-SNE算法在二维空间内显化粗粒度池化特征,图11显示了在加入白化预处理的情况下,通过最大值池化方法得到的粗粒度池化特征的分布.

如图11所示,图11(a)中粗粒度池化特征的可分离性最好.即是在本实验条件下,白化参数 $\varepsilon=1$ 时,通过卷积自编码器能获得最好的粗粒度池化特征.

为更好地验证白化参数和池化方法对提取粗粒度池化特征的影响,本实验中仍采用最简单的卷积自编码器结构,以排除其他因素的干扰.根据本文关于白化参数和池化方法选择的准则,相比于将白化参数设定为 $\varepsilon=0.001$ 并采用最大值池化的情况(分类正确率为57.91%),将白化参数设定为 $\varepsilon=1$ 并采用自适应池化能提取到可分离性更好的粗粒度池化特征,并使得其在多类分类任务中表现得更好(分类正确率提高14.03%,达到71.94%).

以上实验结果验证了本文通过概率分析得到的结

论.该结论为调节卷积自编码器中的主要参数提供了一个通用框架,该通用框架可用于指导以卷积自编码器为基础单元的卷积神经网络中结构参数调节,使其更好地应用于识别任务.

6.2 CIFAR-10 数据库

CIFAR-10数据库是一个包含10类,共60000张 32×32 位彩色图像的公开数据库.为了进一步证实图2中“测试①”和“测试②”内参数间的关系,使用卷积自编码器在CIFAR-10数据库上完成多类分类任务.为在池化层中实施粗粒度池化,实验中设定池化域范围为 16×16 .“测试①”中,卷积范围分别设定为 15×15 , 10×10 ,和 5×5 .“测试②”中,白化预处理的正则化参数分别设定为1、0.1、0.01,和0.001.另外,卷积自编码器的其他参数值与在STL-10数据库上实验时使用的参数值相同.

在不加入白化预处理的情况下,“测试①”中的实验结果如图12所示.将卷积范围固定为 15×15 ,图13显示了“测试②”中卷积自编码器的分类结果.

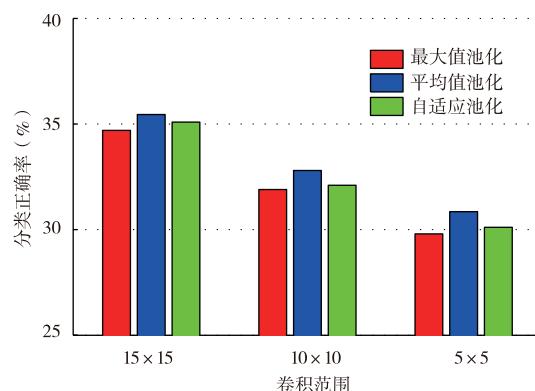


图12 不同卷积范围情况下在CIFAR-10数据库上的分类正确率

图12证实了,在粗粒度池化条件下,较大的卷积范围促使卷积自编码器提取到可分离性更好的池化特征,并且在多类分类任务中表现得更好.同时,相比于最大值池化方法,在池化域内使用平均值池化的效果更好,卷积自编码器的分类正确率更高.

图13进一步证实了,在卷积自编码器中加入白化

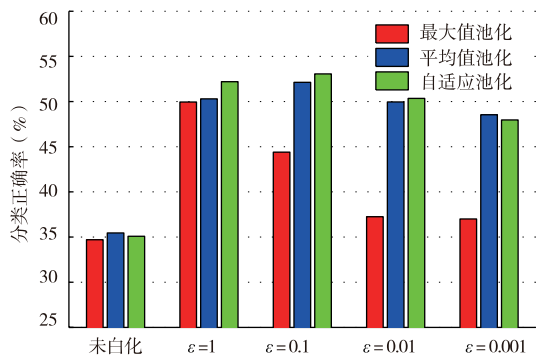


图 13 白化与未白化情况下在 CIFAR-10 数据库上的分类正确率

预处理后,一个相对较大的正则化参数 ϵ 使得卷积自编码器提取到更好的粗粒度池化特征,并在多类分类任务中表现出更高的分类正确率.另外,随着正则化参数 ϵ 的减小,池化域内的稀疏度逐渐变小,最大值池化方法的效果越来越差,平均值池化的效果明显好于最大值池化的效果.

值得指出的是,相比于最大值池化和平均值池化方法,自适应池化方法在所有情况下都有不错的表现.在个别情况下,甚至是提取粗粒度池化特征最好的选择,并取得了最好的分类效果.

CIFAR-10 数据库上的实验结果与 STL-10 数据库上的实验结果相一致,进一步证实了图 2 中“测试①”和“测试②”内参数间的关系.

7 结论

针对卷积自编码器,揭示了一种粗粒度池化特征的提取准则.该准则指导卷积自编码器选择合理的参数以提取到更好的粗粒度池化特征.通过概率地分析影响粗粒度池化特征的主要因素得出,在粗粒度池化条件下,卷积层中较大范围的卷积操作以及白化预处理过程中较大的正则化参数均有利于提取到更好的粗粒度池化特征,而且平均值池化方法优于最大值池化方法.将该准则应用于两个独立的公开数据库,实验结果表明该准则有利于卷积自编码器提取到可分离性更好的粗粒度池化特征,并使得卷积自编码器在多类分类任务中表现出更高的分类正确率.

本文揭示的粗粒度池化特征提取准则不仅有利于进一步推导出卷积自编码器中各参量的定量关系,而且有利于发现卷积神经网络中新的深度粗粒度特征表示.

参考文献

[1] JORDAN M I, MITCHELL T M. Machine learning: trends, perspectives, and prospects [J]. *Science*, 2015, 17(7): 255

- 260.

- [2] KRIZHEVSKY A, SUTSKEVER I, HINTON G E. Imagenet classification with deep convolutional neural networks [A]. *Proceedings of Advances in Neural Information Processing Systems* [C]. Lake Tahoe: NIPS, 2012. 1097 - 1105.
- [3] HINTON G, et al. Deep neural networks for acoustic modeling in speech recognition; the shared views of four research groups [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2012, 29(6): 82 - 97.
- [4] DU B, et al. Stacked convolutional denoising auto-encoders for feature representation [J]. *IEEE Transactions on Cybern*, 2016, 16(3): 1 - 11.
- [5] WANG Y, et al. An efficient and effective convolutional auto-encoder extreme learning machine network for 3D feature learning [J]. *Neurocomputing*, 2016, 22(1): 988 - 998.
- [6] LI Z, FAN Y, WANG F. Convolutional autoencoder-based color image classification using chroma subsampling in YCbCr space [A]. *Proceedings of 8th International Congress on Image and Signal Processing (CISP)* [C]. Shenyang: IEEE, 2015. 351 - 355.
- [7] GENG J, FAN J, WANG H, et al. High-resolution SAR image classification via deep convolutional autoencoders [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(11): 2351 - 2355.
- [8] LENG B, GUO S, ZHANG X, et al. 3D object retrieval with stacked local convolutional autoencoder [J]. *Signal Processing*, 2015, 112: 119 - 128.
- [9] HAMESTER D, BARROS P, WERMTER S. Face expression recognition with a 2-channel convolutional neural network [A]. *Proceedings of 2015 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)* [C]. Killarney: IEEE, 2015. 1 - 8.
- [10] HOLDEN D, SAITO J, KOMURA T, et al. Learning motion manifolds with convolutional autoencoders [A]. *Proceedings of SIGGRAPH Asia 2015 Technical Briefs* [C]. New York: ACM, 2015. 18.
- [11] LECUN Y, BENGIO Y, HINTON G. Deep learning [J]. *Nature*, 2015, 521(7553): 436 - 444.
- [12] LI P, PENG L, WEN J. Rejecting character recognition errors using CNN based confidence estimation [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2016, 25(3): 520 - 526.
- [13] CIRESAN D C, MEIER U, MASCI J, et al. Flexible, high performance convolutional neural networks for image classification [A]. *Proceedings of International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)* [C]. USA: AAAI, 2011. 1237 - 1242.
- [14] LEE C Y, GALLAGHER P W, TU Z. Generalizing pool-

- ling functions in convolutional neural networks: Mixed, gated, and tree [A]. Proceedings of the 19th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS) [C]. Cadiz; JMLR, 2016. 464 – 472.
- [15] CHEN L, ROTTENSTEINER F, HEIPKE C. Feature descriptor by convolution and pooling autoencoders [J]. The International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2015, 40 (3): 31 – 38.
- [16] MALINOWSKI M, FRITZ M. Learnable pooling regions for image classification [A]. Workshop at International Conference on Learning Representations [C]. USA; arXiv Preprint, 2013, arXiv:1301.3516.
- [17] JIA Y, HUANG C, DARRELL T. Beyond spatial pyramids: Receptive field learning for pooled image features [A]. Proceedings of the 2012 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) [C]. Providence; IEEE, 2012. 3370 – 3377.
- [18] SIMONYAN K, VEDALDI A, ZISSERMAN A. Descriptor learning using convex optimisation [A]. Proceedings of 2012 European Conference on Computer Vision (ECCV) [C]. Florence; Springer, 2012. 243 – 256.
- [19] XU C, VASCONCELOS N. Learning receptive fields for pooling from tensors of feature response [A]. Proceedings of the 2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) [C]. Columbus; IEEE, 2014. 835 – 842.
- [20] GONG Y, WANG L, GUO R, et al. Multi-scale orderless pooling of deep convolutional activation features [A]. Proceedings of 2014 European Conference on Computer Vision (ECCV) [C]. Zurich; Springer, 2014. 392 – 407.
- [21] RYAN FANELLO S, NOCETI N, CILIBERTO C, et al. Ask the image: supervised pooling to preserve feature locality [A]. Proceedings of the 2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) [C]. Columbus; IEEE, 2014. 851 – 858.
- [22] LI C, REITER A, HAGER G D. Beyond spatial pooling: fine-grained representation learning in multiple domains [A]. Proceedings of the 2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) [C]. Boston; IEEE, 2015. 4913 – 4922.
- [23] HE K, ZHANG X, REN S, et al. Spatial pyramid pooling in deep convolutional networks for visual recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2015, 37(9): 1904 – 1916.
- [24] SERMANET P, EIGEN D, ZHANG X, et al. Overfeat: Integrated recognition, localization and detection using convolutional networks [A]. Workshop at International Conference on Learning Representations [C]. USA; arXiv preprint, 2013, arXiv:1312.6229.
- [25] BO L, REN X, FOX D. Unsupervised feature learning for RGB-D based object recognition [A]. Proceedings of the 13th International Symposium on Experimental Robotics [C]. Berlin; Springer, 2013. 387 – 402.
- [26] SOCHER R, HUVAL B, BATH B, et al. Convolutional-recursive deep learning for 3d object classification [A]. Proceedings of the Advances in Neural Information Processing Systems [C]. Lake Tahoe; NIPS, 2012. 665 – 673.
- [27] COATES A, NG A Y, LEE H. An analysis of single-layer networks in unsupervised feature learning [A]. Proceedings of the 14th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS) [C]. Fort Lauderdale; JMLR, 2011. 215 – 223.
- [28] KRIZHEVSKY A. Learning Multiple Layers of Features From Tiny Images [D]. Toronto; University of Toronto, 2009.
- [29] MALALUR S S, MANRY M T, JESUDHAS P. Multiple optimal learning factors for the multi-layer perceptron [J]. Neurocomputing, 2015, 3(2): 1490 – 1501.
- [30] ELAWADY M. Sparse coral classification using deep convolutional neural networks [A]. Workshop at International Conference on Learning Representations [C]. USA; arXiv preprint, 2015, arXiv:1511.0906.
- [31] WANG W, YANG X, OOI B C, et al. Effective deep learning-based multi-modal retrieval [J]. The VLDB Journal, 2016, 25(1): 79 – 101.
- [32] NG A Y, et al. Deep Learning [OL]. [http://deeplearning.stanford.edu/wiki/index.php\[2014-11-18\]](http://deeplearning.stanford.edu/wiki/index.php[2014-11-18]).
- [33] ZEILER M D, FERGUS R. Stochastic pooling for regularization of deep convolutional neural networks [A]. Workshop at International Conference on Learning Representations [C]. USA; arXiv preprint, 2013, arXiv:1301.3557.
- [34] LIU L, SHEN C, VAN DEN HENGEL A. The treasure beneath convolutional layers: Cross-convolutional-layer pooling for image classification [A]. Proceedings of the 2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) [C]. Boston; IEEE, 2015. 4749 – 4757.
- [35] BOUREAU Y L, PONCE J, LECUN Y. A theoretical analysis of feature pooling in visual recognition [A]. Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML) [C]. Haifa; ELSEVIER, 2010. 111 – 118.
- [36] LI Z, FAN Y, LIU W. The effect of whitening transformation on pooling operations in convolutional autoencoders [J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2015, 2015(37): 1 – 11.
- [37] LIAN Z, JING X, WANG X, et al. Drop connect regulari-

- zation method with sparsity constraint for neural networks [J]. Chinese Journal of Electronics, 2016, 25 (1) : 152 - 158.
- [38] MAATEN L, HINTON G. Visualizing data using t-SNE [J]. Journal of Machine Learning Research, 2008, 9(9) : 2579 - 2605.
- [39] VAN DER MAATEN L. Accelerating t-SNE using tree-based algorithms [J]. Journal of Machine Learning Research, 2014, 15(1) : 3221 - 3245.

作者简介



罗 畅 男. 1988 年 8 月出生, 四川广安人. 分别于 2011 年和 2013 年在空军工程大学获工学学士和工学硕士学位. 现为空军工程大学防空反导学院博士研究生, 研究方向为非监督特征提取、遥感图像处理.

E-mail: luochang1988@126. com



王 洁 女. 1963 年 11 月出生, 陕西渭南人. 1984 年、1991 年和 2004 年分别在西安工业大学、北京理工大学和空军工程大学获工学学士、工学硕士和工学博士学位. 现为空军工程大学防空反导学院教授、博士生导师, 研究方向为智能控制与决策、遥感图像处理、自主目标识别.

E-mail: wjl123@sina. com